1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$y' = \frac{k+1}{x}\, y + k\, x^k, \quad y(1) = 1$

Non è richiesta la determinazione del dominio della soluzione.

Soluzione

In[9]:= `DSolve[{y'[x] == (k + 1)/x * y[x] + k x^k, y[1] == 1}, y[x], x]`

Out[9]= $\{\{y[x] \to x^{1+k} (1 + k \operatorname{Log}[x])\}\}$

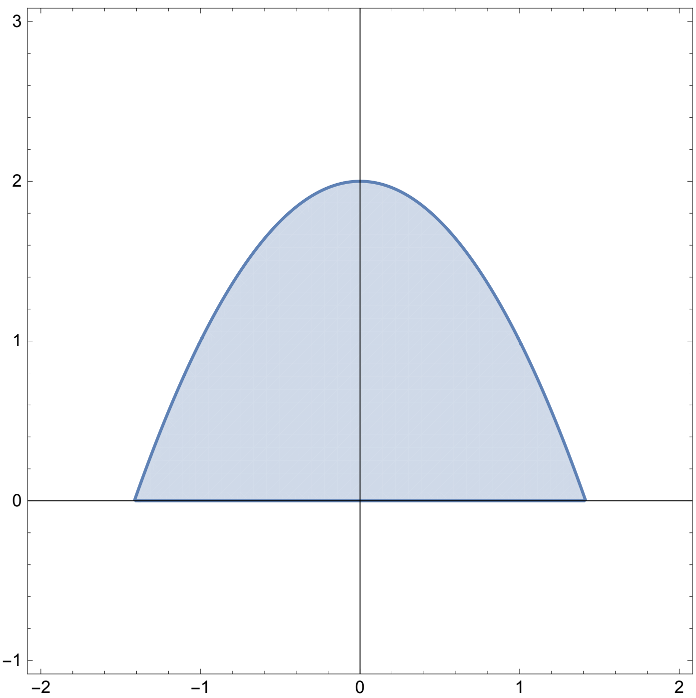
2) Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, \ \ 0 \le y \le k + 1 - x^2\}$. Scrivere esplicitamente la riduzione "per linee orizzontali" dell'integrale doppio $\iint_A f(x, y)\, dx\, dy$, cioè

$\iint_A f(x, y)\, dx\, dy = \int_P \left(\int_{A_y} f(x, y)\, dx\right) dy$.

Non è richiesto, naturalmente, il calcolo dell'integrale, non essendo fornita l'espressione di $f(x, y)$.

Soluzione (il disegno è relativo a $k = 1$, ma anche negli altri casi ha un aspetto simile).

Out[18]=



La riduzione dell'integrale è

$$\iint_A f(x, y)\, dx\, dy = \int_0^{k+1} \left(\int_{-\sqrt{k+1-y}}^{\sqrt{k+1-y}} f(x, y)\, dx\right) dy.$$