Thursday, October 13, 2022 11:41 AM

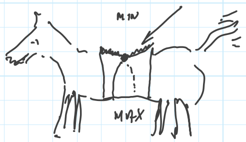
SIA $\underline{x}$ CRITICO PER f (CIOÈ $df(\underline{x}) = \underline{0}$)

QUALI POSSIBILITÀ SI DANNO?

i) $\underline{x}$ MAX   ii) $\underline{x}$ MIN

iii) NÈ i) NÈ ii).   DI SELLA (SADDLE)

CRITICO



CAVALLO

NÈ MIN NÈ MAX

MA CRITICO

FACCIAMO ULTERIORE HP SU f $f: A \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ A APERTO

1) f È DI CLASSE $C^{(1)}_A$ $\left(f \in C^{(1)}_A\right) \overset{DEF}{\iff}$

$\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n}$ ESISTONO E SONO CONTINUE SU A

NB $f \in C^{(1)}_A \overset{\text{TEOR DIFF TOT}}{\Longrightarrow} f$ DIFF SU A !!!

2) f È DI CLASSE $C^{(2)}_A$ $\left(f \in C^{(2)}_A\right) \overset{DEF}{\iff}$

i) $f \in C^{(1)}_A$

$+$

ii) $\frac{\partial^{(2)} f}{\partial x_j \partial x_i}$ ESISTONO SU A E SONO CONTINUE SU A $\forall i, j = 1, 2, \dots, n$

(VALE IL TEOREMA DI SCHWARZ $\Longrightarrow$

$$\frac{\partial^{(2)} f}{\partial x_j \partial x_i}(x) = \frac{\partial^{(2)} f}{\partial x_i \partial x_j}(x) \quad \forall x \in A.$$

SIA, D'ORA IN AVANTI, $f \in C^{(2)}_A$.

SIA

$$H_{f(\underline{x})} = \left[\frac{\partial f}{\partial x_j \partial x_i}(\underline{x}) \right]_{i,j=1,2,\dots,n}$$

MATRICE QUADRATA DI ORDINE $n \times n$

MATRICE HESSIANA DELLA FUNZIONE f NEL PUNTO $\underline{x} \in A$

EX $n = 2$

$$H_{f(x,y)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^{(2)} f}{\partial x \partial x}(x,y) & \frac{\partial^{(2)} f}{\partial x \partial y}(x,y) \\ \frac{\partial^{(2)} f}{\partial y \partial x}(x,y) & \frac{\partial^{(2)} f}{\partial y \partial y}(x,y) \end{bmatrix}$$

MA ORA $f \in C^{(2)}_A \Longrightarrow$

$\exists\ H_{f(\underline{x})}$ È SIMMETRICA $\overset{\text{ALG. LIN.}}{\Longrightarrow}$

$H_{f(\underline{x})}$ È DIAGONALIZZABILE (CIOÈ HA TUTTI GLI n AUTOVALORI) !!!

STOP DOMANDE?

BUON WEEKEND