Wednesday, October 5, 2022 12:25 PM

RAGIONANDO NELLO STESSO MODO...

THM SE $\underline{x}$ È CRITICO E

$H_{f(\underline{x})}$ È DEFINITA POS ($\Leftrightarrow \langle v \times H_{f(\underline{x})}, v \rangle > 0 \quad \forall v \neq \underline{0}$

$\Updownarrow$

TUTTI GLI AUTOV SONO > 0)

$\Downarrow$

$\underline{x}$ È MIN (CERTAMENTE...)

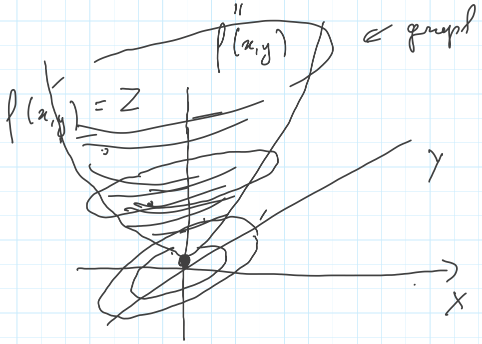
SE $\underline{x}$ CRITICO E $H_{f(\underline{x})}$ È
DEFINITA NEGATIVA $\Rightarrow$ $\underline{x}$ MAX !!!

ES 1 $\quad f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \quad f(x,y) = x^2+y^2 \qquad (x,y) \in \mathbb{R}^2$

ORA $\quad x^2+y^2 = \|(x,y)\|^2 = d((x,y),(0,0))^2$

$\quad \quad \| $

$\quad f(x,y)$ $\leftarrow$ graph f



MA UNUNICO PTO CRITICO

$\underline{x} = (0,0)$ E DI PIU'

$\underline{x}$ È MIN !!!

$f(x,y) = x^2+y^2$

ORA, PROCEDIAMO CON LA TEORIA ...

$\underline{x}$ CRITICO PER $f \Leftrightarrow \text{grad} f(x,y) = (0,0) \in \mathbb{R}^2$

MA $\text{grad} f(\underline{x}) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) , \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) \right) =$

$= (2x, 2y) = (0,0) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = y = 0$

CIOÈ $\exists!\ \underline{x}$ CRITICO È $\underline{x} = (0,0)$

CONSIDERIAMO

$$H_{f(\underline{x})} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^{(2)} f(\underline{x})}{\partial x \partial x} & \dfrac{\partial^{(2)} f(\underline{x})}{\partial x \partial y} \\ \dfrac{\partial^{(2)} f(\underline{x})}{\partial y \partial x} & \dfrac{\partial^{(2)} f(\underline{x})}{\partial y \partial y} \end{pmatrix}$$

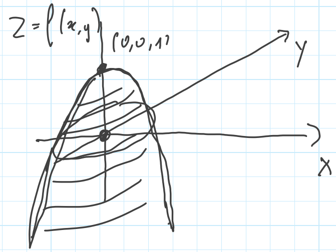
$$= \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$ È DIAGONALE

$\Downarrow$

HA AUTOVALORI $\lambda_1 = \lambda_2 = 2 > 0$

$\Rightarrow H_{f(\underline{x})}$ È DEFINITA POS $\Rightarrow \underline{x}$ È MIN !!!

EX 2 $\quad f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = -x^2 - y^2 + 1$



$\underline{x} = (0,0)$ È MAX !!!

PROCEDIAMO CON LA TEORIA

(x,y) CRITICO $\Rightarrow \text{grad} f(x,y) = (0,0)$

$= (-2x, -2y) \Rightarrow$

$\Leftrightarrow x = y = 0$ CIOÈ

$\exists!$ PTO CRITICO $\underline{x} = (0,0)$.

ORA $\quad \begin{pmatrix} -2 & 0 \end{pmatrix}$

$$H_{f(\underline{x})} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \end{pmatrix}$$ DIAGONALE

$\Downarrow$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -2 < 0$$

$\Updownarrow$

$H_{f(\underline{x})}$ È <u>DEFINITA NEGATIVA</u> $\Rightarrow$

$\underline{x}$ <u>MAX</u> !!!

<u>BREAK</u>. DOMANDE? INIZIO ORE <u>15.20</u>