Thursday, May 04, 2023 10:10 AM

CALCOLO DIFFERENZIALE (IN UNA VARIABILE)

$$f,g : \,]a,b[\, \to \mathbb{R} \quad , \quad f,g \in C^{\infty}_{]a,b[} \quad , \quad x_0 \in \,]a,b[$$

CALCOLARE:

$$(f \circ g)^{(n)}(x_0) \underset{\text{THM}}{\overset{?}{=}}$$

FAA' DI BRUNO 1855

(*) FORMULA DI FAA' DI BRUNO

$$= \sum_{\substack{(\nu_1,\dots,\nu_n) \\ \sum_{i=1}^{n} i\nu_i = n}} P(n; 1^{\nu_1} 2^{\nu_2} 3^{\nu_3} \dots) \times f^{(|\nu|)}(g(x_0))\,(g^{(1)})^{\nu_1}(g^{(2)})^{\nu_2}(g^{(3)})^{\nu_3}\dots$$

EX $n = 2$ $\quad \nu = (\nu_1, \nu_2)$ t.c. $\nu_1 + 2\nu_2 = 2$

$$\Downarrow$$

$(\nu_1, \nu_2) = (2, 0) \qquad |\nu| = 2 \leftarrow$

OPPURE

$(\nu_1, \nu_2) = (0, 1) \qquad |\nu| = 1 \leftarrow$

$$(f\circ g)^{(2)}(x_0) = \underset{\substack{\parallel \\ 1}}{\underline{P}(2; 1^{\nu_1} 2^{0})}\, f^{(2)}\underline{(g(x_0))(g'(x_0))^2} +$$

$$+ \underset{\substack{\parallel \\ 1}}{\underline{P}(2; 1^{0} 2^{\nu_2 = 1} \dots)}\, f^{(1)}(g(x_0))\cdot(g^{(2)}(x_0))^1$$

$$(f\circ g)^{(2)}(x_0) = \underline{1}\cdot f^{(2)}(g(x_0))(g'(x_0))^2 + \qquad (\#)$$
$$+ 1\, f^{(1)}(g(x_0))\, g^{(2)}(x_0)$$

INFATTI

$$(*)\ (f\circ g)^{(1)}(x_0) = f^{(1)}(g(x_0))\, g^{(1)}(x_0) = f'(g(x_0))\, g'(x_0)$$

$$(f\circ g)^{(2)}(x_0) = ((f\circ g)')'(x_0) =$$

$$\left.\begin{aligned}(f'(g(x_0))\cdot g'(x_0))' &= f''(g(x_0))g'(x_0)g'(x_0) + \\ &+ f^{(1)}(g(x_0))\, g^{(2)}(x_0)\end{aligned}\right] \text{UGUALE A: } (\#)$$

PERMUTAZIONI :

$$\sigma : \underline{n} \xrightarrow[1-1]{su} \underline{n}$$ PERMUTAZIONE DI UN $\underline{n}$-INSIEME

NOTAZIONE STANDARD

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ \sigma(1) & \sigma(2) & & \sigma(n) \end{pmatrix}$$

EX $n = 5$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

GRAFI DI PERMUTAZIONE (n-GRAFI)

$$\overrightarrow{G} = (V, \overrightarrow{E})$$

DIRETTO

$\underline{n} = \{1, 2, \ldots, n\}$

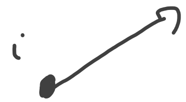
FRECCIE $\overrightarrow{E} \subseteq V \times V$

DI PERMUTAZIONE

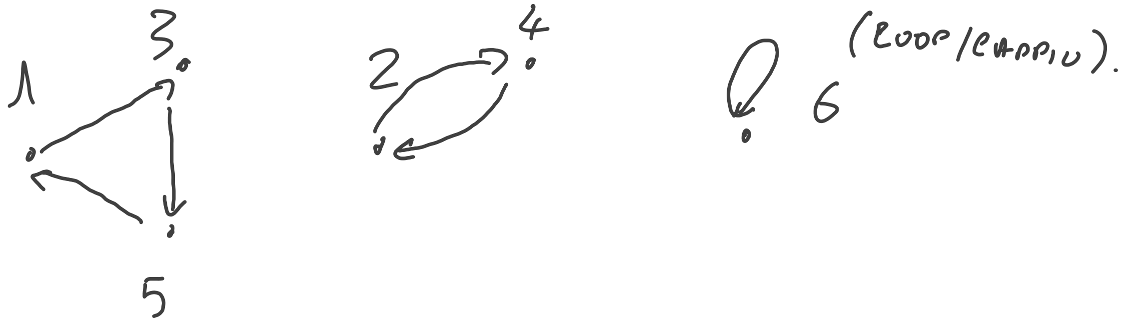
VERTICI

VALE:

1) DA OGNI VERTICE ESCE UNA ED UNA SOLA FRECCIA.



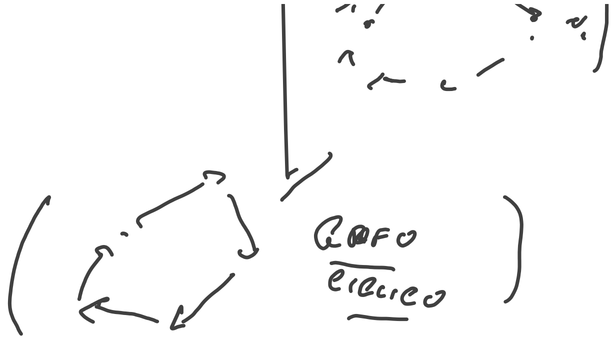
2) IN OGNI FRECCIA ENTRA UNA UNA SOLA FRECCIA.



OSS. LE n-PERMUTAZIONI SONO IN

BIIEZIONE

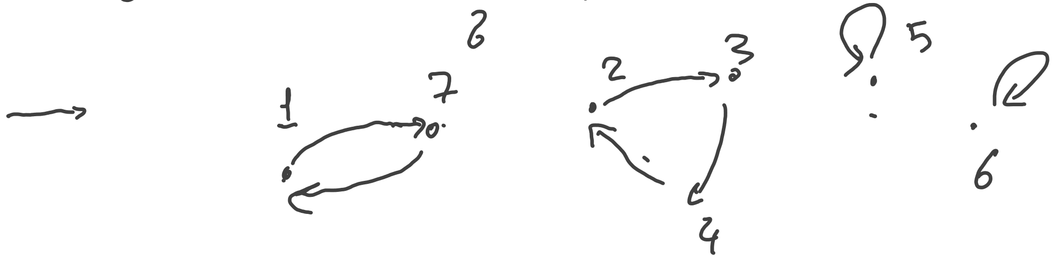
CON I GRAFI DI PERMUTAZIONE SU n VERTICI



EX $n = 7$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 4 & 2 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

CHI SARÀ $\vec{G}$?



PARTIAMO DAL GRAFO, CHI SARÀ LA PERMUTAZIONE?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 4 & 1 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix} = \sigma$$

PERMUTAZIONE ORIGINALE !!

THM OGNI GRAFO DI PERMUTAZIONE È UNIONE DISGIUNTA (UNICA) DI GRAFI CICLICI.

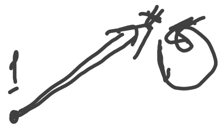
DIM PASSO 1 : OGNI VERTICE APPARTIENE

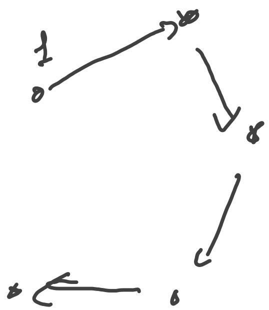
"AD ALMENO" UN GRAFO CICLICO.

VI SARÀ UNA SOLA FRECCIA IN USCITA

AVREMO DUE CASI:

1')  OVVIO

2)  ? NO!!!...



GENERO SEMPRE VERTICI "NUOVI" DIVERSI

LO POSSO RIPETERE "INFINITE" VOLTE:

"È POSSIBILE TROVARE SEMPRE VERTICI "NUOVI" "?

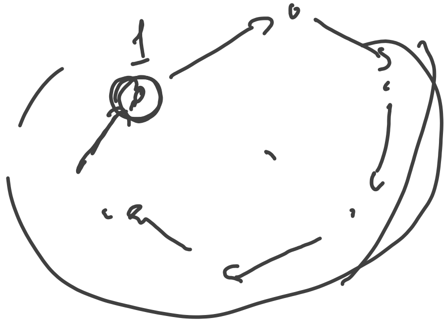
NO!

DOVRÀ ESSERE, DOPO UN NUMERO FINITO DI PASSI,

PUÒ ESSERE

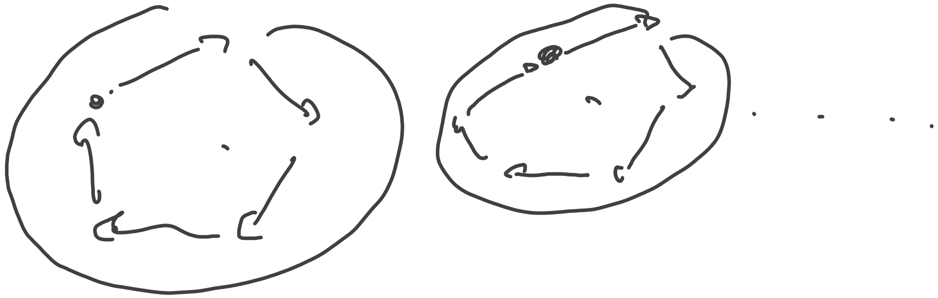
QUESTA?

QUINDI L'UNICA POSSIBILITÀ È

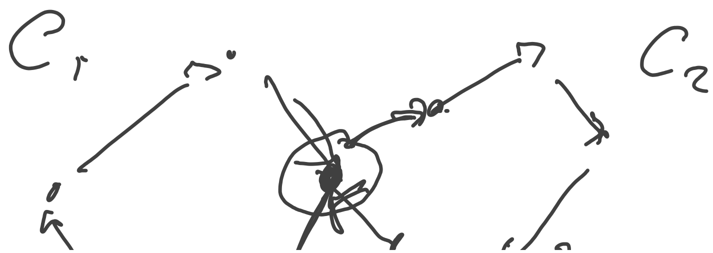


È UN CICLO !!!

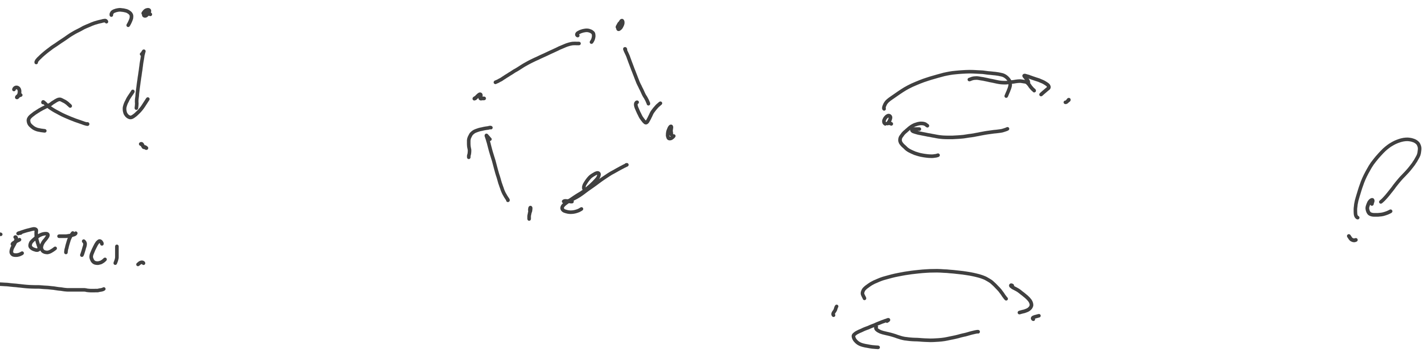
ESAMINO UN VERTICE FUORI E RIPETO



QUESTI CICLI CHE ABBIAMO COSTRUITO SONO DISGIUNTI? → R: SÌ



NON E' GRAFO DI PERMUTAZIONI



SU 12 VERTICI.