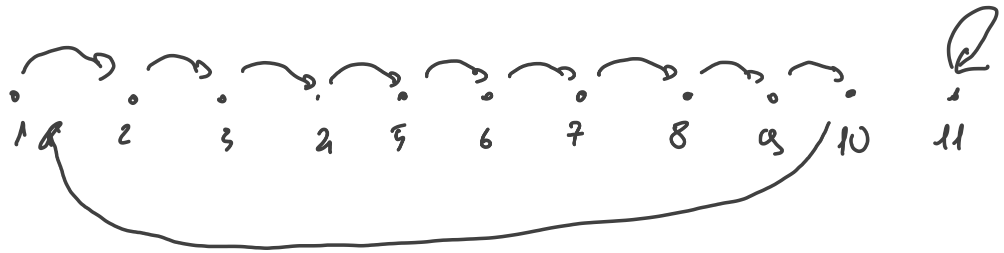
Thursday, May 04, 2023 10:10 AM

$\sigma : \underline{n} \xrightarrow[1-1]{su} \underline{n}$ PERMUTAZIONE $\xleftarrow{\text{BIIETT.}}$ $\vec{G}_\sigma$ GRAFO DI PERMUTAZIONE

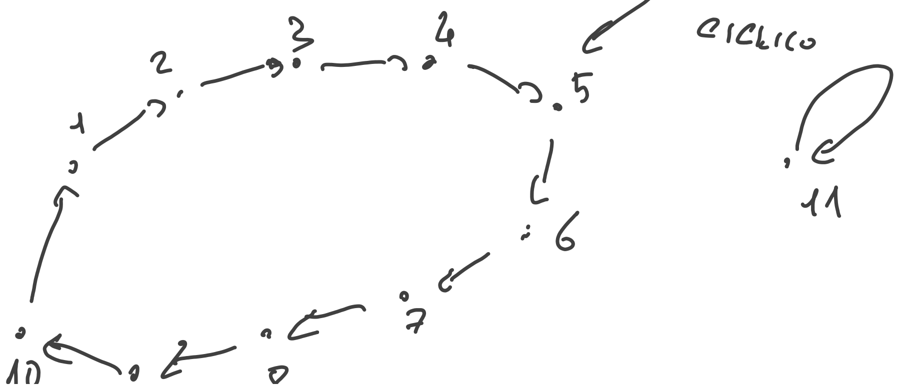
$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 1 & 11 \end{pmatrix} \in$$

$\vec{G}_\sigma =$



GRAFO CICLICO

GRAFO CICLICO

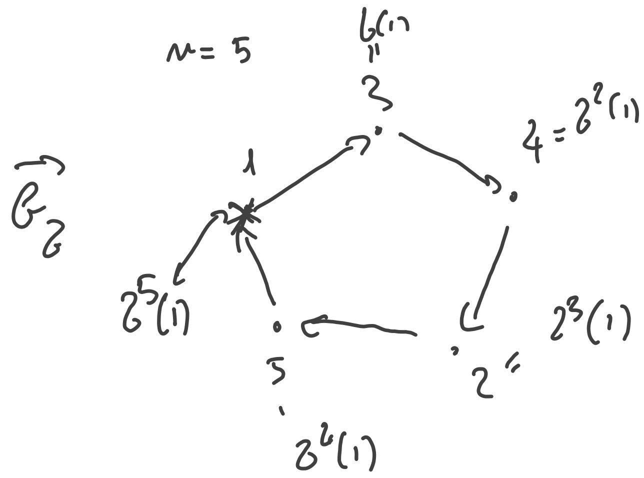


9 0

UNA n-PERMUTAZIONE $\sigma : \underline{n} \xrightarrow[1\text{-}1]{su} \underline{n}$, SI DICE **CICLO**

$$\Updownarrow \text{DEF}$$

$\vec{G}_\sigma$ È UN GRAFO CICLICO.



σ È CICLO $\Leftrightarrow$

$\exists\, h \in \mathbb{Z}^+$ t.c.

$$\sigma^h(1) = \underline{1}$$

$$(1\ \underline{3\ 4\ 2\ 5})$$

σ È CICLO POSSIAMO SCRIVERE:

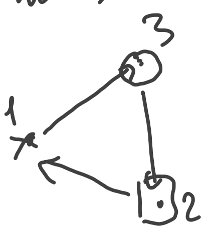
$$(\underbrace{1\ \ \sigma^1(1)\ \ \sigma^2(1)\ \cdots\ \sigma^{h-1}(1)}\ \ \sigma^{(h)}(1) = 1\ )$$

DATO UN CICLO SU n ELEMENTI E FISSATO "L'ELEMENTO DI PARTENZA" LA n-ple

$(1\ \sigma(1)\ \sigma^2(1)\ \dots\ )$ È UNA PERMUTAZIONE SU n SIMBOLI

QUANTE RAPPR. PAROLA HA OGNI CICLO???

$n=3$



$\times\ (1\ 3\ 2)$

$\circ\ (3\ 2\ 1)$

$\square\ (2\ 1\ 3)$

HO TANTE RAPPR PAROLA QUANTE SONO LE SCELTE DEL VERTICE DI PARTENZA!

CIOÈ, n SCELTE

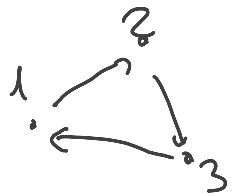
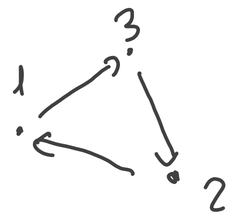
Quanti sono i CICLI SU n ELEMENTI?

SONO $\dfrac{\#\ \text{RAPPR. PAROLA}}{\ } = \dfrac{n!}{\ } = \dfrac{\cancel{n}(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1}{\ } = (n-1)!$

$n \qquad n \qquad \cancel{n}$

<u>AD ES</u> $n = 3$ # cicli su 3 el è $(3-1)! = 2!$ 2.

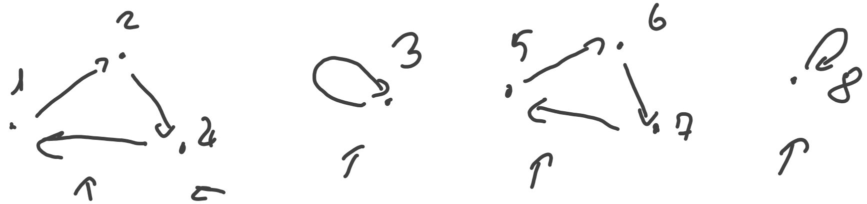
$\underline{3} = \underline{n} = \{1, 2, 3\}$

 $\neq$ 

sono 2

<u>TRM</u> # cicli su n el è $(n-1)!$.

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 6 & 7 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$\vec{G}_\sigma =$ 

$\sigma = (1\,2\,4)(3)(5\,6\,7)(8)$ ←

$$= (2\,4\,1)(3)(7\,5\,6)(8)$$

$$= (4\,1\,2)(7\,5\,6)(8)(3)$$

1) OK

2) OK

3) NO

$$= (7\,5\,6)(4\,1\,2)(8)(3)$$

CANONICA

"CANONICA"

I CICLI SONO

1) IN MODO NON CRESCENTE PER LUNGHEZZE

2) OGNI CICLO È SCRITTO PARTENDO DAL SIMBOLO PIÙ GRANDE

3) PER OGNI LUNGHEZZA I CICLI SONO SCRITTI IN ORDINE DECRESCENTE RISPETTO AL LORO EL. PIÙ GRANDE

I NUMERI $C(n,k)$, $n,k \in \mathbb{N}$.

$n, k \in \mathbb{N}$

$$C(n,k) \stackrel{DEF}{=} \# \ n\text{-PERMUTAZIONI con } k \text{ CICLI} = ?$$

<u>MATRICE BIINFINITA</u> $M : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$,

$$M(n,k) \stackrel{DEF}{=} C(n,k)$$

$$\begin{array}{c|cccccccc}
 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & k & \\
\hline
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \leftarrow C(0,k) \\
1 & 0 & & & & & & & \\
2 & 0 & & & & & & & \\
3 & 0 & & & & & & & \\
\vdots & \vdots & & & & & & & \\
n-1 & 0 & & & & & & & \\
n & 0 & & & & & & C(n,k) &
\end{array}$$

<u>RICURSIONE?</u>