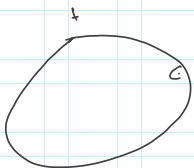INIZIO ORE 15.10

MI SENTITE /VEDETE ?

DATO $m \in \mathbb{Z}^+$, CALCOLIAMO $d_m = ?$
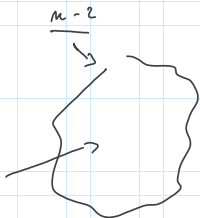
RICURSIONE (BAD ELEMENT)

$\underline{m} = \{1, 2, \ldots, m\}$

m BAD ELEMENT

AVREMO DUE CAS[I]
DISGIUNTI /ESAUSTIVI :

1) m STIA IN UN CICLO DI
LUNGHEZZA 2 !!!

$m-2$

m BAD ELEMENT

SCEGLIAMO QUESTO.

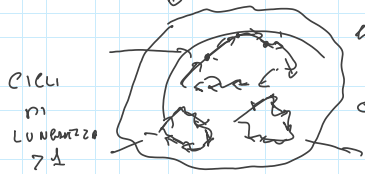IN QUANTI MODI ?

DERANGEMENT SU $m-2$ $\underline{m-1}$
ELEMENTI.

IN d_{m-2} MODI !!...

PERCIÒ, LA CARDINALITÀ DEL CASO 1) È

$(m-1) \, d_{m-2}$

CASO 2 m BAD EL STIA IN UN CICLO
DI LUNGHEZZA > 2 !!!   ???...

$\underline{m-1} = \{1, 2, \ldots, m-1\}$

m BAD ELEMENT

SU QUESTO "SCRIVIAMO"
UN DERANGEMENT

CICLI
DI
LUNGHEZZA
> 1

QUESTI SONO

d_{m-1}

IN QUANTI MODI
POSSO
INSERIRE ?

$m-1$ MODI !!...

CARD DI CASO 2) SARÀ :

$(m-1) d_{m-1}$ ☐

QUINDI

THM $\quad d_m = (m-1) d_{m-2} + (m-1) d_{m-1} =$

$\qquad\qquad\quad = (m-1)(d_{m-2} + d_{m-1})$ $\qquad$ RICURSIONE

& $\quad d_1 = 0, \; d_2 = 1 \qquad$ CONDIZIONI INIZIALI

EX/APP2 $\qquad d_1 = 0, d_2 = 1, \; d_3 = 2, \; d_4 = 6,$

$d_5 = 32, \; d_6 = 180, \; d_7 = 1332, \; d_8 = 10654 \; -- \; ——$

$P_m = \dfrac{d_m}{m!}$ $\qquad$ ☐

ASINTOTICA $\qquad \dfrac{d_m}{m!} \underset{m \to \infty}{\longrightarrow} ? \; \dfrac{1}{e} = e^{-1}$ "ASINTOTICA" !!!

FORMA CHIUSA $\qquad m! \qquad m \to \infty$
CHE SECURO? $\qquad\qquad$ ANNUNCIO

DA
"INVERSIONE DI MÖBIUS"
(CASO INSIEMISTICO)

CASO GENERALE :

$\partial : \underset{1-1}{m \xrightarrow{su} m} \qquad$ PERMUTAZIONE.

FIX(∂) $= \{ i \in \underline{m}, \; i \text{ PUNTO FISSO PER } \partial \}$

$\qquad\qquad = \{ i \in \underline{m}; \; \partial(i) = i \} \qquad \left(\begin{smallmatrix} \circ \\ i \end{smallmatrix} \right)$

ORA, ∂ DERANGEMENT $\Longleftrightarrow$ FIX(∂) $= \emptyset$

CASO RENERALE : DATO $m \in \mathbb{Z}^+, \; k \in \mathbb{Z}^+ \; (k \leq m)$

QUANTE SONO LE PERMUTAZIONI $\partial : \underset{1-1}{m \xrightarrow{su} m}$
$\qquad\qquad$ tali che
$\qquad\qquad\qquad\qquad$ (DERANGEMENTS $\Longleftrightarrow$ $k = 0$)
$|$FIX(∂)$| = k$

$\Updownarrow$

∂ HA ESATTAMENTE k PTI FISSI !!!

G_2

$\overset{1}{.}\quad\overset{2}{.}\quad\overset{i_1}{\times}\quad\overset{i_2}{\times}-\quad-\quad\overset{i_k}{\times}-\quad-\quad\overset{n}{\bullet}$

PROBL. GENERALIZZATO, PER $k \in \mathbb{Z}^+$ $(k \le n)$

QUANTE SONO LE n-PERMUTAZIONI $\beta: n \dfrac{n}{1-1} n$

(✗) CON ESATTAMENTE k PUNTI FISSI, CIOÈ t.c. $|FIX(\beta)| = k$???

SOL $\quad d_{n,k} \doteq$???

RECURSIONE / PRINCIPIO DELL'OVER COUNTING.

SCELGO k VERTICI

$i_1, i_2 -- , i_k$

IN QUANTI MODI POSSONO ESSERE ESATTAMENTE SCELTI?

LE PTI FISSI $\binom{n}{k}$

(β) È DEL TIPO

MI RIMANGONO

$n-k$ VERTICI

SE QUESTO

CI DEVE ESSERE UN DERANGEMENT !!!

IN QUANTI MODI?

DET d_{n-k}

QUINDI $\qquad\qquad n, k \in \mathbb{Z}^+ \ (k \le n)$
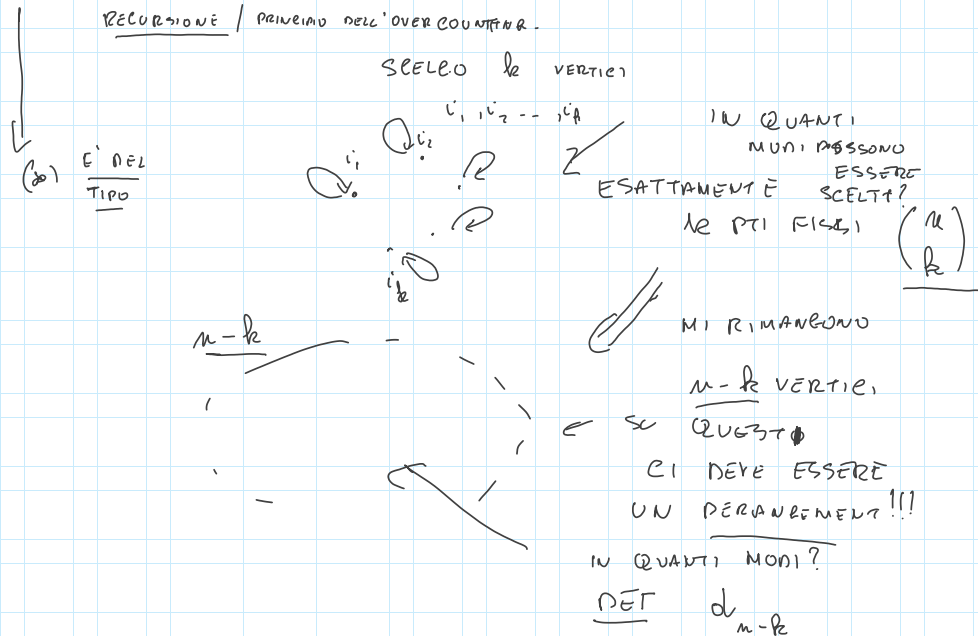
$$d_{n,k} = \binom{n}{k} \cdot d_{n-k} \qquad !!!$$

BREAK / STOP

QUESTIONS?

BYE / BYE