1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$y' = \frac{2}{x+2}\, y + \frac{4}{(x+2)^3}\ ;\quad y(0) = 0$$

Soluzione

In[10]:=
```
DSolve[{y'[x] == 2/(x + 2) y[x] + 4/(x + 2)^3}, y[x], x]
```

Out[10]=

$$\left\{\left\{y[x] \to -\frac{1}{(2+x)^2} + (2+x)^2\, c_1\right\}\right\}$$

In[11]:=
```
y[x_] := -1/(2 + x)^2 + (2 + x)^2 c1
```

In[15]:=
```
y[0]
```

Out[15]=

$$-\frac{1}{4} + 4\, c_1$$

In[17]:=
```
Solve[-1/4 + 4 c == 0, c]
```

Out[17]=

$$\left\{\left\{c \to \frac{1}{16}\right\}\right\}$$

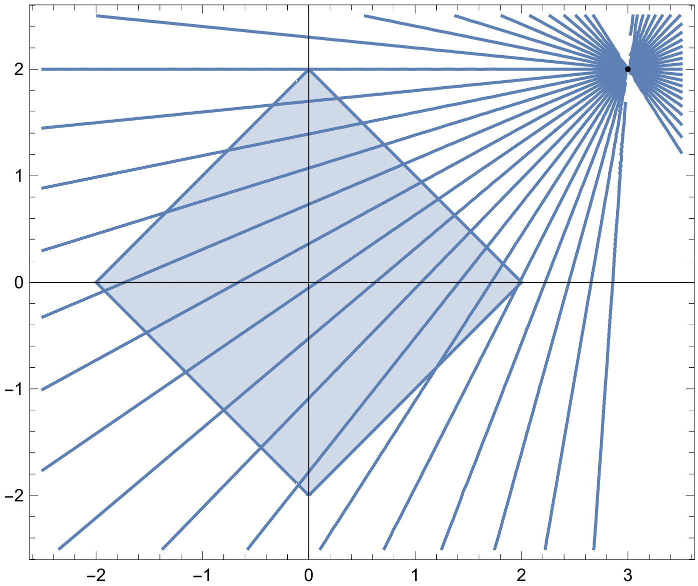
2) Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| \le 2\}$, $f(x, y) = \frac{y-2}{x-3}$. Determinare il minimo e il massimo valore che *f* assume nell'insieme *A*. (È consigliabile considerare come sono fatte le linee di livello di *f*)

Soluzione

In[30]:=
```
f[x_, y_] := (y - 2)/(x - 3);
aa = RegionPlot[{Abs[x] + Abs[y] ≤ 2}, {x, -2.5, 3.5}, {y, -2.5, 2.5}, PlotPoints → 50];
ab = Table[
   ContourPlot[f[x, y] == Tan[k / 10], {x, -2.5, 3.5}, {y, -2.5, 2.5}], {k, -10, 15}];
ac = Graphics[Point[{3, 2}]];

Show[aa, ab, ac, Axes → True, AspectRatio → Automatic]
```

Out[33]=



Le linee di livello $\mathcal{L}_k = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \frac{y-2}{x-3} = k\right\}$ sono rette passanti per (3,2). Quando *k* cresce le retta ruota in senso antiorario. Perciò il minimo e il massimo di *f* in *A* sono assunti rispettivamente in (0,2) e (2,0) e valgono

In[36]:=
```
f[0, 2]
```

Out[36]=
```
0
```

In[37]:=
```
f[2, 0]
```

Out[37]=
```
2
```