

**Corso di Analisi Matematica T-1**  
Corso di Laurea in Ingegneria dell'Automazione  
Anno Accademico 2023/24

## Esercizi

A) Determinare il dominio naturale delle seguenti funzioni:

1.  $f(x) = \sqrt{2x^2 - 1} - \sqrt{x + 1}$

7.  $f(x) = e^{1/x} \sqrt{|x + 5| - 1}$

2.  $f(x) = \log \frac{x}{x^2 - 1}$

8.  $f(x) = \sqrt{\log 6 - \log(-x^2 + 3x + 10)}$

3.  $f(x) = \sqrt{\sqrt{1 - x} - x - 4}$

9.  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} \arcsin \frac{1}{4x + 8}$

4.  $f(x) = \arcsin |x^2 + 4x + 3|$

10.  $f(x) = \frac{\sqrt{|x + 2| - 3}}{1 + \sqrt{x^2 - 9}}$

5.  $f(x) = \log \frac{1 - x^2}{x^2 - 3x}$

11.  $f(x) = \log(3x + 8 - \sqrt{x^2 - 4})$

6.  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 2x}{x^2 - 9}}$

12.  $f(x) = \arcsin(\sqrt{3x^2 + 2x})$

B) Determinare gli asintoti delle seguenti funzioni:

1.  $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{x^2 - x}$

5.  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} e^{5/x}$

2.  $f(x) = \arctan \frac{x - 1}{2x - 3}$

6.  $f(x) = (2x - 3) \log \left( \frac{7 - 2x}{3 - 2x} \right)$

3.  $f(x) = x \exp \left( \frac{x}{x - 1} \right)$

7.  $f(x) = x \sqrt{x + 4} \sin \left( \frac{3}{\sqrt{x}} \right)$

4.  $f(x) = \frac{x}{\log x}$

8.  $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x} \exp \left( \frac{x + 1}{x + 2} \right)$

C) Determinare gli intervalli di crescita e di decrescenza delle seguenti funzioni:

1.  $f(x) = \frac{x^2}{x + 1}$

5.  $f(x) = \exp(-x^2 + 4|x - 1|)$

2.  $f(x) = \sqrt{x + 1} - x$

6.  $f(x) = \frac{x + 7}{\sqrt{x^2 + 11} - 4}$

3.  $f(x) = \frac{\exp(\sqrt{-x + 5})}{x - 2}$

7.  $f(x) = \frac{|x + 3| + 2}{x^2 - 9}$

4.  $f(x) = \frac{1}{1 - \log x}$

8.  $f(x) = (-x + 2) \sqrt{|x^2 - 9|}$

**D)** Determinare i punti di massimo e di minimo locale delle seguenti funzioni:

1.  $f(x) = \frac{\sqrt{|x^2 - 1|}}{x^2 - 4}$

5.  $f(x) = e^x \frac{x}{x - 2}$

2.  $f(x) = 2x - \arcsin x$

6.  $f(x) = |x^2 + 3x| e^{-2x}$

3.  $f(x) = x \sqrt{|\log x|}$

7.  $f(x) = \frac{e^{x^2/2}}{2|x + 1| + 1}$

4.  $f(x) = (x - 4) \sqrt{2x^2 - 8x + 4} + 10x$

8.  $f(x) = |8x^2 + 2x - 1| \exp(-4x^2 + 2x)$

**E)** Studiare, nel loro dominio naturale, le seguenti funzioni e tracciarne un grafico approssimativo:

1.  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{|x^2 - 4|}}$

5.  $f(x) = \arctan \left( \sqrt{\frac{x^2 + 5x + 4}{x}} \right)$

2.  $f(x) = \sqrt{|x^2 + 2x|} (x^2 - 4)$

6.  $f(x) = \arctan \frac{|x^2 - 4|}{(x - 1)^2}$

3.  $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - x - 2 - |x^2 - x - 2|}{x^2 - 2}$

7.  $f(x) = |x + 6| \exp \left( \frac{x + 1}{x} \right)$

4.  $f(x) = (1 - 4x^2) \exp(|x^2 - 2|)$

8.  $f(x) = 2\sqrt{x^2 - 2x} - 3|x|$

## Soluzioni

A)

1.  $\left[-1, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty\right[$

2.  $] -1, 0[ \cup ] 1, +\infty[$

3.  $\left] -\infty, \frac{-9 + \sqrt{21}}{2} \right]$

4.  $\left[-2 - \sqrt{2}, -2 + \sqrt{2}\right]$

5.  $] -1, 0[ \cup ] 1, 3[$

6.  $] -\infty, -3[ \cup ] -2, 0[ \cup ] 3, +\infty[$

7.  $] -\infty, -6] \cup ] -4, 0[ \cup ] 0, +\infty[$

8.  $] -2, -1] \cup ] 4, 5[$

9.  $\left] -\infty, -\frac{9}{4} \right] \cup ] 2, +\infty[$

10.  $] -\infty, -5] \cup ] 3, +\infty[$

11.  $\left] \frac{-6 + \sqrt{2}}{2}, -2 \right] \cup ] 2, +\infty[$

12.  $\left[-1, -\frac{2}{3}\right] \cup \left[0, \frac{1}{3}\right]$

B)

1.  $x = 0, x = 1, y = x + 1$

2.  $y = \arctan \frac{1}{2}$

3.  $x = 1, y = ex + e$

4.  $x = 1$

5.  $x = 0, y = x + 6, y = -x - 6$

6.  $x = \frac{7}{2}, y = -4$

7.  $y = 3x + \frac{3}{2}$

8.  $x = -2, y = -ex + 4e, y = ex - 4e$

C)

1.  $f$  è crescente in  $] -\infty, -2]$  e in  $[0, +\infty[$ , è decrescente in  $[-2, -1[$  e in  $] -1, 0]$

2.  $f$  è crescente in  $\left[-1, -\frac{3}{4}\right]$ , è decrescente in  $\left[-\frac{3}{4}, +\infty\right[$

3.  $f$  è crescente in  $] -\infty, -4]$ , è decrescente in  $[-4, 2[$  e in  $] 2, 5[$

4.  $f$  è crescente in  $] 0, e[$  e in  $] e, +\infty[$

5.  $f$  è crescente in  $] -\infty, -2]$  e in  $[1, 2]$ , è decrescente in  $[-2, 1]$  e in  $] 2, +\infty[$

6.  $f$  è crescente in  $] -\infty, -\sqrt{5}[$  e in  $\left] -\sqrt{5}, -\frac{1}{3} \right]$ , è decrescente in  $\left[-\frac{1}{3}, \sqrt{5}\right]$  e in  $\left] \sqrt{5}, +\infty\right[$

7.  $f$  è crescente in  $]-\infty, -3[$  e in  $]-3, -1]$ , è decrescente in  $[-1, 3[$  e in  $]3, +\infty[$

8.  $f$  è crescente in  $\left[-3, \frac{1-\sqrt{19}}{2}\right]$  e in  $\left[\frac{1+\sqrt{19}}{2}, 3\right]$ , è decrescente in  $]-\infty, -3]$ , in  $\left[\frac{1-\sqrt{19}}{2}, \frac{1+\sqrt{19}}{2}\right]$  e in  $[3, +\infty[$

D)

1.  $-1$  e  $1$  sono punti di massimo locale,  $0$  è punto di minimo locale

2.  $-1$  e  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  sono punti di massimo locale,  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  e  $1$  sono punti di minimo locale

3.  $e^{-1/2}$  è punto di massimo locale,  $1$  è punto di minimo locale

4.  $2 - \sqrt{2}$  e  $2 + \sqrt{2}$  sono punti di massimo locale,  $\frac{10 - \sqrt{10}}{2}$  è punto di minimo locale

5.  $1 - \sqrt{3}$  è punto di massimo locale,  $1 + \sqrt{3}$  è punto di minimo locale.

6.  $\frac{-2 - \sqrt{10}}{2}$  e  $\frac{-2 + \sqrt{10}}{2}$  sono punti di massimo locale,  $-3$  e  $0$  sono punti di minimo locale

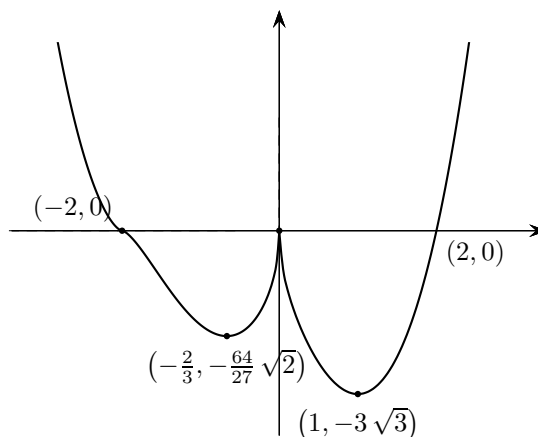
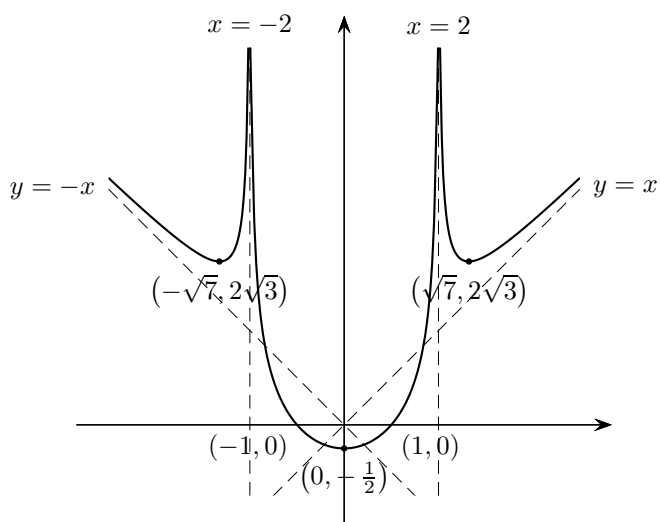
7.  $-1$  è punto di massimo locale,  $\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}$  e  $\frac{1}{2}$  sono punti di minimo locale

8.  $-\frac{\sqrt{7}}{4}$ ,  $0$  e  $\frac{\sqrt{7}}{4}$  sono punti di massimo locale,  $-\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{4}$  sono punti di minimo locale.

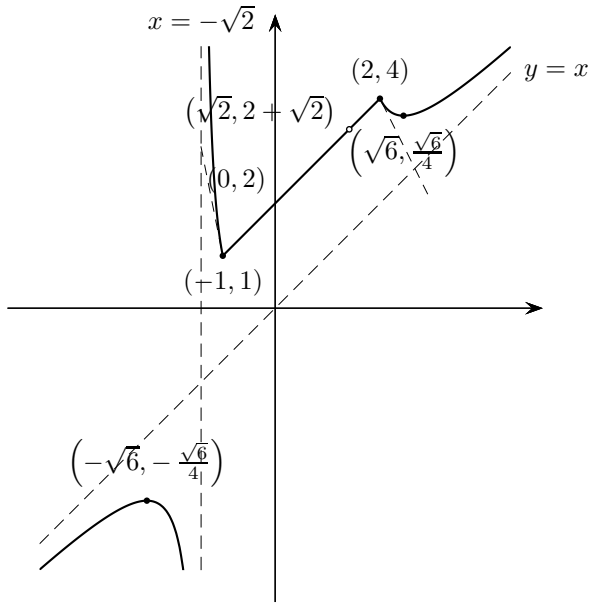
E)

1.

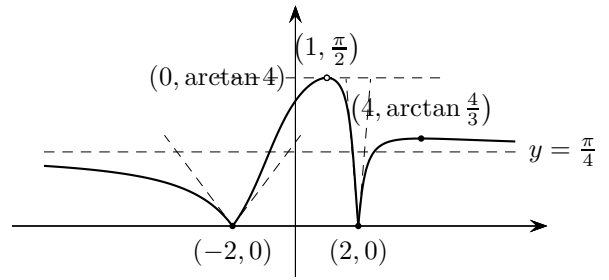
2.



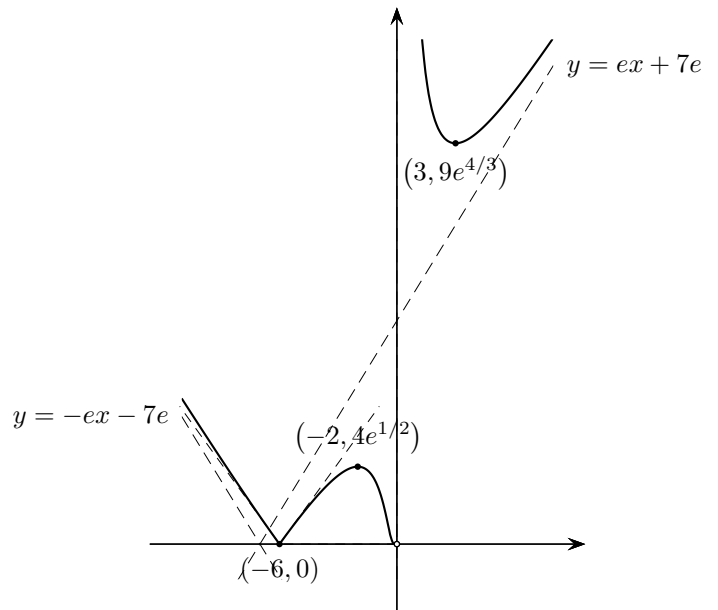
3.



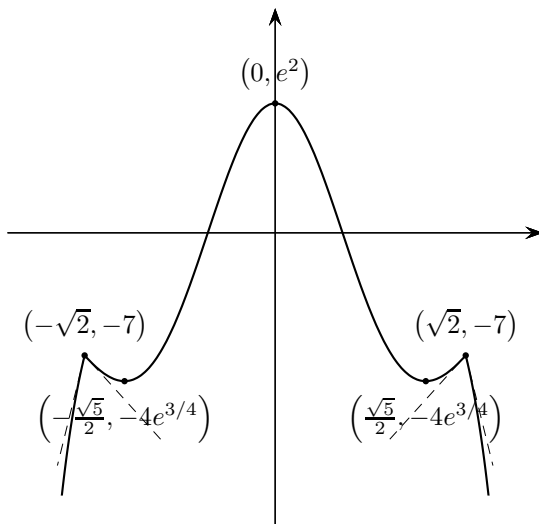
6.



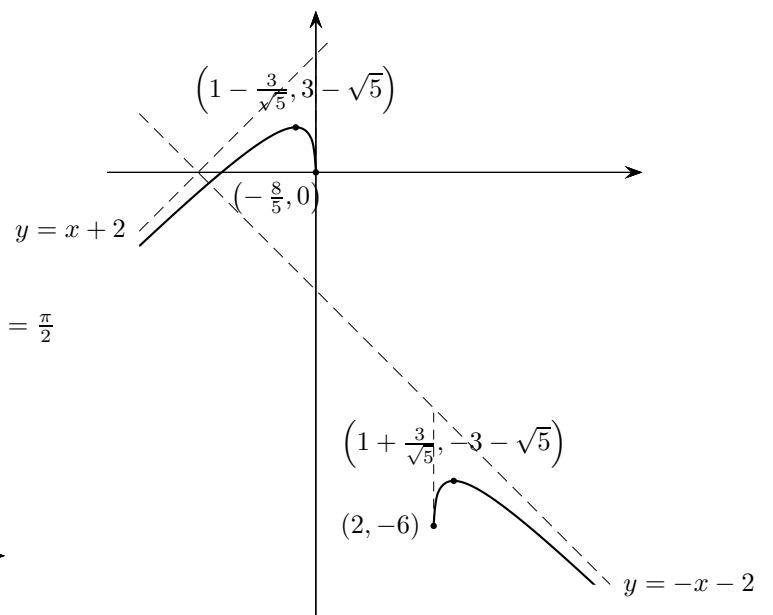
7.



4.



8.



5.

