Wednesday, March 27, 2024 11:08 AM

SI HA:

$$(\dagger) \quad \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \overset{?}{=} 2^n \qquad ???$$

SI NOTI CHE $(\dagger)$ IMPLICA

$$(\dagger\dagger) \quad \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} = 2^n \qquad !!! \qquad ???$$

PERCHÉ $(\dagger)$ È VERA??? NOTO CHE

$$\text{DISGIUNTA} \quad \dot{\bigcup_{k=0}^{n}} \{A \subseteq \underline{n} ;\ |A| = k\} = \{A ;\ A \subseteq \underline{n}\}$$

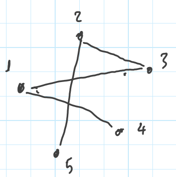
$$\Downarrow$$

$$\sum_{k=0}^{n} \underbrace{\#\{A \subseteq \underline{n} ;\ |A| = k\}}_{\overset{\text{DEF}}{=} \binom{n}{k}} = \#\{A ;\ A \subseteq \underline{n}\} \overset{\text{TEO}}{=} 2^n$$

$$\Downarrow$$

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n \qquad (\dagger)$$

GRAFI



$E = \{\{2,3\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,5\}\}$

DEFINIZIONE FORMALE

$$\underset{\text{grafo}}{G} = (\underset{\text{vertici}}{V}, \overset{\text{EDGE}}{\underset{\text{LATI}}{E}}) \quad \text{, OVE } E \subseteq \{A \subseteq V ;\ |A| = 2\}$$

$V = \{1, 2, \ldots, n\}$

PROB. 1 QUANTI SONO I GRAFI SU n VERTICI?

CIOÈ, QUANTI SONO GLI $E \subseteq \{A \subseteq V ;\ |A| = 2\}$, $|V| = n$

SI HA $\{A \subseteq V ;\ |A| = 2\} \subseteq V$, $|V| = n$

HA $\binom{n}{2}$.

QUANTI GLI E SONO $2^{\binom{n}{2}}$

QUINDI, GLI E SONO $2^{\binom{n}{2}}$

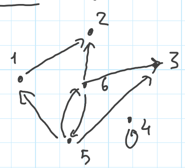
PERCIÒ, I GRAFI SU n VERTICI SONO $2^{\binom{n}{2}}$!!!

PROBL 2 QUANTI SONO I GRAFI SU n VERTICI CON ESATTAMENTE k LATI ???

CIOÈ $\# G=(V,E)$, con $|E|=k$. ???

OVVIAMENTE, SI HA CHE SONO $\binom{\binom{n}{2}}{k}$!!!

DIGRAFO (DIRECTED GRAPH)



FORMALMENTE

$$\vec{G} = (V, \vec{E})$$

DIGRAFO   VERTICI,   FRECCE

OVE $\vec{E} \subseteq V \times V$!!!   MA $|V\times V| = n^2$

QUINDI DATO $|V| = n$

1) $\#(\vec{G}=(V,\vec{E})) = 2^{n^2}$

2) $\#\vec{G}=(V,\vec{E})$ con $\#\vec{E}=k \Rightarrow \binom{n^2}{k}$!!!

MATRICE BIINFINITA

$M : \mathbb{N}\times\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$, $M:(n,k) \longrightarrow M(n,k) \in \mathbb{R}$.

ES (COEFF. BINOMIALI)

$M : \mathbb{N}\times\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$, $M(n,k) \overset{\text{DEF}}{=} \binom{n}{k}$

	0	1	2	3	4	k ...
0	1	0	0	0	0	....
1	1	1	0	0	0	
2	1	2	1	0	...	

SE $M(n,k) = \binom{n}{k}$

$$\begin{cases} \binom{0}{k} = \delta_{0k} \\ \binom{n}{0} = 1 \end{cases}$$

3	1	3	3	1	0	.	
4	1	4	6	4	1	0	— —
				$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$			
$n-1$	1						
n	1 .	—		— — $\underline{\binom{n}{k}}$			

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

FORMA CHIUSA

$$\binom{n}{k} = \frac{(n)_k}{k!}$$