

RICORDO

i) POI. FATT. CRESCENTE

$$\langle x \rangle_0 = 1$$

$$\rightarrow \langle x \rangle_n = x(x+1) \dots (x+n-1) \quad n > 0$$

ii) POI. FATT. DECRESCENTE

$$\langle x \rangle_0 = 1$$

$$\rightarrow \langle x \rangle_n = x(x-1) \dots (x-n+1) \quad n > 0$$

SI NOTI $\text{deg}(\langle x \rangle_n) = \text{deg}(\langle x \rangle_{n-1}) = n \quad \forall n \in \mathbb{N}$.



RMK $\{ \langle x \rangle_n ; n \in \mathbb{N} \}$ & $\{ \langle x \rangle_n ; n \in \mathbb{N} \}$

SONO BASI PER LO SPAZIO DEI POLINOMI $\mathbb{R}[x]$.

INOLTRE, $\{ x^n ; n \in \mathbb{N} \}$ È BASE PER $\mathbb{R}[x]$.

RICORDO

THM $\langle x \rangle_n = \sum_{k=0}^n C(n, k) x^k \quad !!!$

DEF. $n, k \in \mathbb{N}$

$$s(n, k) = (-1)^{n-k} \cdot C(n, k)$$

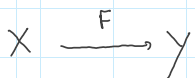
SI HA:

$$\langle x \rangle_n = \sum_{k=0}^n s(n, k) x^k \quad !!!$$

NUMERI DI STIRLING DI I SPECIE.

DIREZIONE ???

X, Y INSIEMI
F: X → Y FUNZIONE



i) DEFINISCO UNA RELAZIONE

$\sim_F \subseteq X \times X$ come segue:

$$x \sim_F x' \stackrel{\text{DEF}}{\iff} F(x) = F(x')$$

CHIARAMENTE, \sim_F È REL. DI EQUIV.

2) DATA LA REL. EQUIV \sim_F

$$X / \sim_F = \underbrace{\Pi}_{\text{PROT}} \sim_F$$

INSIEME QUOZIENTE:

È L'INSIEME DELLE CLASSI DI EQUIVADENZA

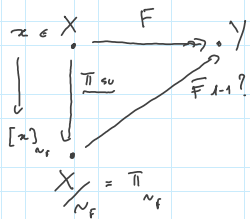


DIAGRAMMA COMMUTATIVO?

$$F = \overline{F} \circ \Pi$$

DONCO $\overline{F}: X / \sim_F = \Pi_{\sim_F} \longrightarrow Y$

COME SEGUE: $\overline{F}([x]_{\sim_F}) = F(x)$???

È BEN POSTA?

$$[x]_{\sim_F} = [x']_{\sim_F} \stackrel{\text{EIGE}}{\implies} \overline{F}([x]_{\sim_F}) = \overline{F}([x']_{\sim_F})$$

MA ORA:

$$[x]_{\sim_F} = [x']_{\sim_F} \iff x \sim_F x' \iff F(x) = F(x') \iff \overline{F}([x]_{\sim_F}) = \overline{F}([x']_{\sim_F}) \quad (\text{BEN POSTA})$$

$$(\iff \iff \iff \overline{F} \text{ È 1-1})$$

THM $F: X \rightarrow Y$ SI SCRIVE IN MONDO UNICO

$$F = \overline{F} \circ \Pi \quad \text{!!!}$$



COME CONSEGUENZA, SI HA:

$$\{F: X \rightarrow Y\} \xrightarrow[\text{1-1}]{\text{SU}} \bigcup_{\substack{\Pi \text{ PROT} \\ \text{DI } X}} \{ \overline{F}: \Pi \xrightarrow{\text{1-1}} Y \} \quad (*)$$

MA SIANO X, Y FINITI, DICIAMO

$$X = \underline{m}, Y = \underline{m} \quad \text{ALLORA } (X) \text{ IMPURA}$$

$$m^m = |F: \underline{m} \rightarrow \underline{m}| = \sum_{\substack{\pi \text{ part.} \\ \text{di } m}} |\bar{F}: \pi \xrightarrow{f-1} \underline{m}| =$$

$$= \sum_{k=0}^m \left(\sum_{\substack{\pi \text{ k-part.}}} |\bar{F}: \pi \xrightarrow{f-1} \underline{m}| \right) =$$

$$= \sum_{k=0}^m S(m, k) (m)_k.$$

ESERCIO

THM 1 $\forall m \in \mathbb{Z}^+$ SI HA

$$m^m = \sum_{k=0}^m S(m, k) (m)_k$$

||| (+)

1) MA OGGI m^m È 20 VALUTAZIONE IN m DI x^m

2) $(m)_k$ " " " $(x)_k$

3) $\sum_{k=0}^m S(m, k) (m)_k$ È CA VAL IN m NEL POLINOMIO

$$\sum_{k=0}^m S(m, k) (x)_k$$

VERO $\forall m \in \mathbb{N}$!!!

(+) MI RICORDARE CHE

$$x^m \neq \sum_{k=0}^m S(m, k) (x)_k$$

HANNO INFINITE
VALUTAZIONI UGUALI

$(\forall m \in \mathbb{N})$



SONO UGUALI
COME POLINOMI (IN $\mathbb{R}[x]$).

THM 1 \Rightarrow

THM 2 $\forall n \in \mathbb{N}$ $\mathbb{R}[x]$, SI HA

$$x^n = \sum_{k=0}^n S(n, k) (x)_k \quad \text{!!} \quad \forall n, k \in \mathbb{N}$$

M4 ricordo

TMM 1W $\mathcal{R}[x]$, s.i. t.a.

$$(x)_n = \sum_{k=0}^n s(n, k) x^k \quad . .$$