Wednesday, March 27, 2024 11:19 AM

ABBIAMO

1) $$(x)_n \overset{!}{=} \sum_{k=0}^{n} s(n,k)\, x^k$$

2) $$x^n \overset{!}{=} \sum_{k=0}^{n} S(n,k)\, (x)_k$$

ORA

$$s = \big(s(n,k)\big)_{n,k\in\mathbb{N}} \quad , \quad S = \big(S(n,k)\big)_{n,k\in\mathbb{N}} .$$

MA 1) & 2) IMPLICANO :

THM

$s \times S = S \times s = I$ IDENTITÀ

CIOÈ s & S SONO INVERSE.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \\ - & 1 & 0 & 0 & \\ - & - & 1 & 0 & \\ - & - & - & 1 & \\ & & & & 1 \end{pmatrix}}_{s} \times \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ - & & \ddots \end{pmatrix}}_{S} = I = \begin{pmatrix} 1 & & & & 0 \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \\ 0 & & & & \ddots\; 1 \end{pmatrix}$$

FINE DI PARTE ELEMENTARE

FUNZIONE DI MÖBIUS/ROTA E FORMULA DI INVERSIONE

INSIEME PART. ORDINATO (POSET)

X INSIEME , $R \subseteq X \times X$ RELAZIONE BINARIA SU X

SI DICE DI ORDINE

SE E SOLO SE

1) xRx (RIFLESSIVITÀ) $\forall x \in X$

2) $xRy,\ yRx \Longrightarrow x=y$ (ANTISIMMETRIA)

CIOÈ SE $x \neq y$

$xRy \Longrightarrow y \not R x$

3) $xRy,\ yRz \Longrightarrow xRz$ (TRANSITIVITÀ)

SE R È DI ORDINE SCRIVEREMO

$x \leq y$ IN LUOGO xRy.

SIA $(P, \leq)$ POSET.

INS. REL. ORDINE

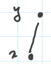
DIAGRAMMA DI HASSE

SIA $(P, \leq)$ POSET, $x, y \in P$.

DIREMO CHE y "COPRE" x ($y \gtrdot x$) $\iff$

$$\{z \in P ; x \leq z \leq y\} = \{x, y\}$$

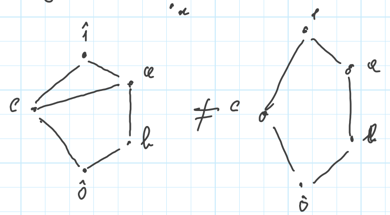
P FINITO



$y \gtrdot x$

SE $y \not\gtrdot x$ → GRAFO = DIAGR. DI HASSE

ES



ES LA REL "DIVIDE" IN $\mathbb{Z}^+$

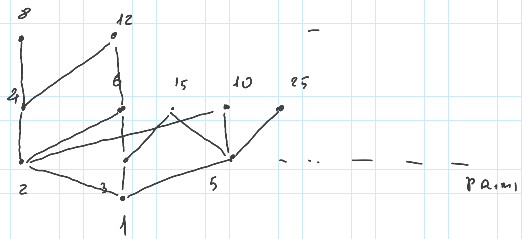
$a, b \in \mathbb{Z}^+$

DIREMO CHE a DIVIDE b ($a | b$)

SE E SOLO SE

$b = m \cdot a$, $m \in \mathbb{Z}^+$

PARZIALE



SIA $(P, \leq)$ POSET FINITO

LA SUA FUNZIONE DI MÖBIUS È LA

$$\mu_P : P \times P \to \mathbb{Z}$$

TALE CHE

1) $\mu_P(x,y) = 0$ SE $x \not\leq y$

2) $\mu_P(x,x) = 1 \quad \forall x \in P$

3) $x < y$

$\longrightarrow \mu_P(x,y) = -\sum_{z:\, x \leq z < y} \mu_P(x,z) = -\sum_{z:\, x < z \leq y} \mu_P(z,y).$

<u>THM</u> (PRINCIPIO DI INVERSIONE) $(P, \leq)$ POSET (FINITO)

SIANO $f, g : P \longrightarrow \mathbb{R}$

TALI CHE

$\longrightarrow \sum_{x \leq y} f(x) = g(y) \quad \forall y \in P$ (REL. DIRETTA)

ALLORA

$f(y) = \sum_{x \leq y} \mu(x,y)\, g(x) \quad \forall y \in P$ (REL. INVERSA).